

PROBABILIDAD

¿Probabilidad? ¿Qué entienden por ...? ¿Con qué la asocian?

Tenemos:

- ❖ **Probabilidad subjetiva:** Es un grado de creencia acerca de que tenga o no lugar un determinado hecho, depende de la estimación personal de cada persona y de su grado de información. Se usa en un sentido poco preciso y no se pueden dar reglas para su determinación. Por ejemplo el hecho de que un equipo gane un partido o de que un país gane una guerra.
- ❖ **Probabilidad objetiva:**
 - Frecuencial: la probabilidad aparece como resultado de muchos ensayos o pruebas. Por ejemplo al observar en determinada población del número de personas que fallecen a los x años y conociendo el número total de individuos de la misma, se puede establecer "la probabilidad de vida" de un individuo a los x años. En estos datos se basan los seguros de vida.
 - Clásica: Ejemplo: ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara cuando tiramos una moneda? ¿Salga el la cara marcada con el número 4 cuando tiramos un dado?
- Algunos fenómenos, como los dos últimos, son fenómenos en donde interviene el azar, o sea, no podemos determinar a priori cual va a ser el resultado. A éstos se les llama **fenómenos aleatorios**.

Def.: Se llama **espacio muestral** asociado a un experimento al conjunto de todos los resultados posibles de dicho experimento.
Notación: E .

Los experimentos que dan lugar a espacios muestrales se llaman experimentos aleatorios.

Def.: A es un **suceso** de un espacio muestral E si A es un subconjunto de E .

Def.: La probabilidad de un suceso A es la razón entre el número de casos favorables al suceso y el número de casos posibles, siempre que éstos sean todos equiprobables.

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ casos favorables}}{n^{\circ} \text{ casos posibles}}$$

- Obs.:**
- La probabilidad de un suceso es un número real comprendido entre 0 y 1.
 - La probabilidad 0 significa que no hay ningún caso favorable, o sea que el suceso es imposible.
 - La probabilidad 1 significa que el número de casos favorables es igual al número de casos posibles, o sea, que el suceso es seguro.
 - Tanto el número de casos favorables como el de posibles son números finitos.
 - Además, todos los casos deben ser igualmente posibles.

Def.: Decimos que A y B son dos sucesos **incompatibles** o mutuamente **excluyentes** cuando no pueden ocurrir simultáneamente.

Por tanto, la probabilidad de que ocurra A ó B es:

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ si A y B son incompatibles.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ si A y B no son incompatibles.

Obs.: Si A y B son incompatibles $\Rightarrow A \cap B = \emptyset$

- Si A es el suceso "todos los descendientes son mujeres" y A' es el suceso "haya por lo menos un hombre", entonces $P(A) + P(A') = 1$.

Decimos que los sucesos A y A' son **complementarios** pues ocurre siempre uno de ellos pero nunca ambos. No tienen resultados en común, (son incompatibles), y la unión de ambos es el espacio muestral.

- Si A y A' son **complementarios** $\Rightarrow P(A') = 1 - P(A)$.

- La probabilidad de que dos sucesos A y B ocurran a la vez es igual al producto de la probabilidad del primer suceso por la probabilidad condicional del segundo, la cual se calcula suponiendo que el primer suceso ya se ha producido.

Obs.: Si A y B son dos sucesos independientes $\begin{cases} P(A/B) = P(A) & \text{A no depende de B.} \\ P(B/A) = P(B) & \text{B no depende de A.} \end{cases}$

Por tanto, la probabilidad de que ocurra A y B es:

- $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ si A y B son independientes.
- $P(A \cap B) = P(A).P(B/A)$ si A y B no son independientes.

Def.: Se llama **probabilidad condicional** de un suceso B, dado el suceso A, y se representa por $P(B/A)$, al cociente: $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Obs.: $P(A) \neq 0$

Hasta ahora nos hemos familiarizado con la probabilidad y hemos trabajado de forma más bien intuitiva, aunque utilizando conceptos claros que hemos podido aplicar. Si se busca avanzar en una teoría se debe formalizar, o sea, buscar objetividad y rigurosidad, precisando las definiciones, demostrando teoremas, aplicando la lógica, etc. Para ello es necesario, presentar conceptos primitivos y axiomas, como partida para la elaboración de la teoría.. Así, cuando la misma alcanza cierto grado de desarrollo, hay una base sólida que la sustenta, y si aparecen contradicciones lo único que habrá que revisar son los axiomas.

Sea E un espacio muestral de un cierto experimento y S el conjunto de todos los subconjuntos de E. Llamamos **función de probabilidad** a:

$P : S \rightarrow [0, 1]$ que verifica:

Axioma 1: $P(E) = 1$

Axioma 2: Si $A \in S$ y $B \in S$, con $A \cap B = \emptyset$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Teor.: $P(\emptyset) = 0$ - La probabilidad del suceso imposible es 0.

Teor.: $P(A') = 1 - P(A)$

Teor.: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Def.: Probabilidad condicional

La probabilidad de que ocurra B sabiendo que ocurrió A se anota $P(B/A)$

y se define: $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

De donde: $P(A \cap B) = P(A).P(B/A)$

$P(A \cap B) = P(A).P(B)$ si los sucesos son independientes.

COMBINATORIA

ARREGLOS

Dado un conjunto M de p elementos, llamaremos arreglo de orden n a todo conjunto ordenado de n elementos elegidos de entre los p .

Distinguiremos dos tipos de arreglos: aquellos que pueden tener componentes repetidas, que llamaremos arreglos con repetición (o con elementos repetidos) y aquellos que no tienen componentes repetidas, que llamaremos arreglos sin repetición (o sin elementos repetidos). A los arreglos sin repetición también se los llama arreglos simples; a pesar de esto es usual que se explicita cuando un arreglo es con repetición y se nombre a los arreglos simples sólo como arreglos. Observemos que en el caso de los arreglos con repetición el orden (n) puede ser mayor que el cardinal del conjunto M (p), en cambio en los arreglos simples esto no es posible.

COMBINACIONES

Dado un conjunto M de p elementos, llamamos combinaciones de p elementos tomados de a n a todos los conjuntos de n elementos que pueden formarse eligiendo éstos entre los p .